До питання застосування принципу розділення в керуванні лінійними стохастичними системами.

Степура О.І., Федорович Ю.С.

ТзОВ “ВОТУМ”

Вирішуючи практичні задачі автоматичного керування виробничими процесами, зокрема в електротехнічних системах, спеціалістам доводиться зустрічатись з труднощами при стабілізації технологічних параметрів в умовах наявності як шумів об’єктів, так і шумів вимірювальної системи, тобто коли вимірювальні виходи об’єкта є випадковими процесами внаслідок впливу випадкових завад вимірювання і збурючих впливів. Під час вибору оптимальних алгоритмів налаштування алгоритмів регулювання, наприклад, ПІД-алгоритму, як правило керуються передавальною функцією об’єкта за каналом регулювання. В більшості випадків коефіцієнти передавальної функції, особливо в електромеханічних системах, мають певний фізичний зміст і залежать від конкретних електромагнітних, теплофізичних та інших величин. Однак, в реальних технічних системах застосовувані моделі не цілком адекватні і в значній мірі визначаються умовами і способом параметричної ідентифікації.

Якщо не враховувати вищеперечислені джерела невизначеності і випадковості, а також намагання застосувати детерміновані алгоритми регулювання до зашумлених даних, то можна не отримати необхідної якості регулювання або взагалі розбіжний чи автоколивний перехідний процес.

Провідні світові фірми, які працюють в області нових інформаційних технологій, зокрема SIEMENS, пропонують для вирішення таких проблем сучасні засоби керування, що зменшують флуктуації змінних процесу (Advanced Process Control) або регулювання, яке прогнозується за моделями (Model Predictive Control) та інші.

В даній роботі розглядається приклад реалізації стохастичного керування для певного класу технологічних об’єктів, математичне моделювання яких дозволяє виконувати спочатку процедуру оптимального оцінювання стану, а потім отримані результати використовувати для реалізації детермінованого алгоритму регулювання.

Нехай в якості заданих даних відомі:

- передавальна функція з відомими коефіцієнтами:

$$G(s)=\frac{\beta_m s^m+\beta_{m-1}s^{m-1}+\ldots+\beta_1 s+1}{\alpha_m s^m+\alpha_{m-1}s^{m-1}+\ldots+\alpha_1 s+1}; \qquad (1)$$

- випадкова складова або вектор шуму об’єкта $\bar{\xi}(t)$, який обумовлює неконтрольовані збурення і неточності моделі;
- вектор шуму вимірювальної системи $\bar{\zeta}(t)$.

Для виконня процедури оптимального оцінювання спочатку необхідно синтезувати математичну модель стохастичного об'єкта регулювання в просторі станів з врахуванням наявності вимірювальної системи.

В умовах безпосереднього керування обробку інформації доцільно виконувати за допомогою математичного апарату лінійних дискретних систем. Таким чином, для вибраного такту керування T_O задану передавальну функцію G(s) перетворимо в z-передавальну функцію HG(z) з врахуванням екстраполятора нульового рівня на вході об'єкта регулювання:

$$HG(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + ... + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + ... + a_n z^{-n}}, \tag{2}$$

де $z = e^{T_0 s}$ – оператор z-перетворення,

y – вихідна регульована величина,

u – регулюючий вплив.

Запишемо різницеве рівняння, яке відповідає $HG(z)$:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + ... + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + ... + b_n u(k-n). \tag{3}$$

Введемо наступні змінні стану:

$$y(k-n) = x_1(k), \tag{4}$$

$$\begin{cases} y(k+1-n) = x_2(k) = x_1(k+1) \\ y(k+2-n) = x_3(k) = x_2(k+1) \\ \vdots \\ y(k-1) = x_n(k) = x_{n-1}(k+1) \\ y(k) = x_{n+1}(k) = x_n(k+1) \end{cases} \tag{5}$$

Зробимо підстановку виразів (5) в рівняння (3):

$$y(k) = x_n(k+1) = -a_1 x_n(k) - a_2 x_{n-1}(k) - ... - a_n x_1(k) + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + ... + b_n u(k-n). \tag{6}$$

Останнє співвідношення можна тепер представити у формі векторного різнецевого рівняння:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ b_0 & b_1 & \cdots & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k+1-n) \\ u(k-n) \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Відповідно, математична модель стохастичного об'єкта регулювання в просторі сигналів має наступний вигляд:

$$\overline{X}(k+1) = \Phi \overline{X}(k) + \Gamma \overline{U}(k,...,k-n) + \overline{\xi}(k); \qquad \overline{X}(0) = \overline{X}_0; \tag{8}$$

де

$$\overline{X}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$ – n-мірний вектор стану;

$x_i(k)$ – компоненти, які мають конкретну фізичну інтерпритацію, як вихідні величини послідовно з’єднаних (детектуючих) аперіодичних ланок першого порядку. Всі або частина компонентів вимірюються і для них можлива оцінка збуруючих впливів і похибок вимірювання;

$\Phi = \left[\frac{O \mid I}{\overline{a}^{\,T}}\right]$ – матриця розмірності $(n \times n)$, де $\overline{a}^{\,T} = (-a_n \quad -a_{n-1} \quad \cdots \quad -a_1)$;

$\Gamma = \left[\frac{O}{\overline{b}^{\,T}}\right]$ – матриця керування, де $\overline{b}^{\,T} = (b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_n)$;

$$\overline{U}(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n) \end{bmatrix}$$ – n-мірний вектор керування;

$$\overline{\xi}(k) = \begin{bmatrix} \xi_1(k) \\ \xi_2(k) \\ \vdots \\ \xi_n(k) \end{bmatrix}$$ – n-мірний вектор випадкових збурень;

$\overline{X}(0)$ – зашумлений початковий стан.

Для випадкових дискретних процесів запишемо рівняння вимірів:

$\overline{V}(k) = C\overline{X}(k) + \overline{\zeta}(k)$,

(9)

де $\overline{V}(k) = \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ \text{M} \\ v_r(k) \end{bmatrix}$ – r-мірний вектор вимірювань;

C – матриця вимірів розмірності $(r \times n)$, що складається з 1 і 0, які розміщені таким чином, щоб отримувалась інформація про прямі незалежні вимірювання вектора $\overline{X}(k)$;

$$\overline{\zeta}(k) = \begin{bmatrix} \zeta_1(k) \\ \zeta_2(k) \\ \vdots \\ \zeta_n(k) \end{bmatrix}$$ – r-мірний вектор шуміввимірювання.

Отже, компоненти векторів $\overline{X}(k)$ і $\overline{V}(k)$ є випадковими послідовностями, що характеризуються певним розподілом ймовірностей, а рівняння (8) – стохастичним диференціальним рівнянням, аналіз якого вимагає залучення складних математичних методів.

Враховуючи адитивний характер шумів $\overline{\xi}(k)$ і $\overline{\zeta}(k)$, а також приймаючи до уваги обгрунтоване в таких випадках припущеня, що векторні процеси $\overline{\xi}(k)$ і $\overline{\zeta}(k)$ є гаусівськими некорельованими послідовностями з нульовим математичним очікуваням і відомими матрицями коваріації, будемо керуватись спрощеним, але коректним підходом до оцінки вектора стану $\overline{X}(k)$. При цьому умова спостережуваності даної лінійної системи перевіряється за допомогою матриці спостережуваності для дискретних вимірів [1].

Для виконання процедури фільтрації необхідно мати статистичні характеристики відповідних шумів. В даному випадку вимагається, щоб в якості заданих даних була відома матриця інтенсивності коваріації векторного процесу шуму об'єкта $\overline{\xi}(k)$:

$$Q(k) = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\xi_1(k)} & & O \\ & \ddots & \\ O & & \sigma^2_{\xi_2(k)} \end{bmatrix} \tag{10}$$

і матриці інтенсивності коваріації векторного процесу шуму вимірювання $\overline{\zeta}(k)$:

$$R(k) = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\zeta_1(k)} & & O \\ & \ddots & \\ O & & \sigma^2_{\zeta_2(k)} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Тепер можна відтворити відомий алгоритм оцінювача вектора стану за принципом оптимального фільтра Калмана [2]:

$$\hat{\overline{X}}(k+1) = \overline{D}(k+1) - S(k+1)\left[C\overline{D}(k+1) - \overline{\upsilon}(k+1) + C\Gamma\overline{U}(k,\ldots,k-n)\right] + \Gamma\overline{U}(k,\ldots,k-n). \tag{12}$$

Якщо $k = 0$, то

$$P(k) = Q(k) \text{ або } P(0) = Q(0), \tag{13}$$

тобто відпадає необхідність в початковій оцінці матриці $P(k)$ коваріації помилок фільтрації, хоча її можна і задати, виходячи із самих песимістичних очікувань.

Якщо $k \neq 0$, а оцінки (10), (11) векторних процесів $\overline{\xi}(k)$ і $\overline{\zeta}(k)$ стаціонарні, то:

$$\overline{D}(k+1) = \Phi\hat{\overline{X}}(k); \tag{14}$$

$$T(k+1) = \Phi \cdot P(k) \cdot \Phi^T + Q; \tag{15}$$

$$S(k+1) = T(k+1) \cdot C^T\left[C \cdot T(k+1) \cdot C^T + R\right]^{-1}; \tag{16}$$

$$P(k+1) = T(k+1) - S(k+1) \cdot C \cdot T(k+1). \tag{17}$$

Виконуючи рекурентну процедуру (12), …, (17) оптимальної фільтрації, при заданих початкових умовах $\hat{X}(0)$ (зокрема $\hat{X}(0) = 0$) в темпі з вимірюваннями одержуємо оптимальні оцінки компонентів вектора стану, за допомогою яких згідно формули (6) розраховуємо оцінку виходу $y(k)$, яку можемо використати в детермінованому алгоритмі керування.

Приклад. На рисунку наведена структурна схема імітаційної моделі лінійної замкнутої САР з оцінювачем стану для конкретного технологічного об’єкту.

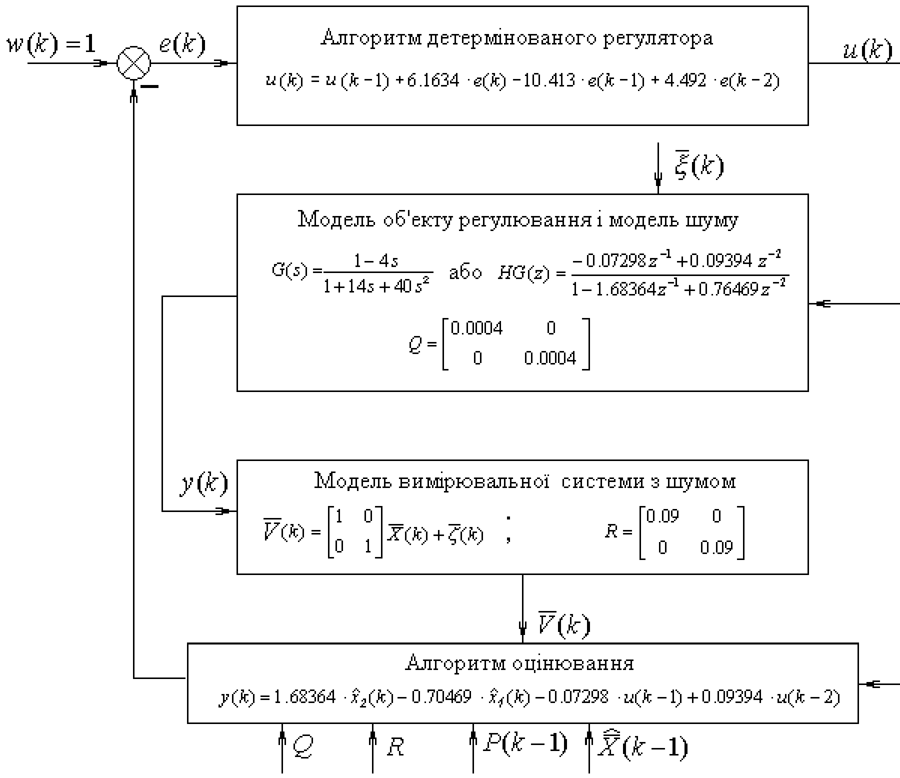

Рисунок 1 – Структурна схема імітаціної моделі замкнутої САР.

Для наведеного об’єкту, коли він розглядається як детермінована система без шумів об’єкта і шумів вимірювання, при наявності детермінованого ПІД-алгоритма регулювання з оптимальними параметрами настроювання графік перехідного процесу в замкнутій САР при одиничному вхідному впливі показаний на рис.2 кривою 1.

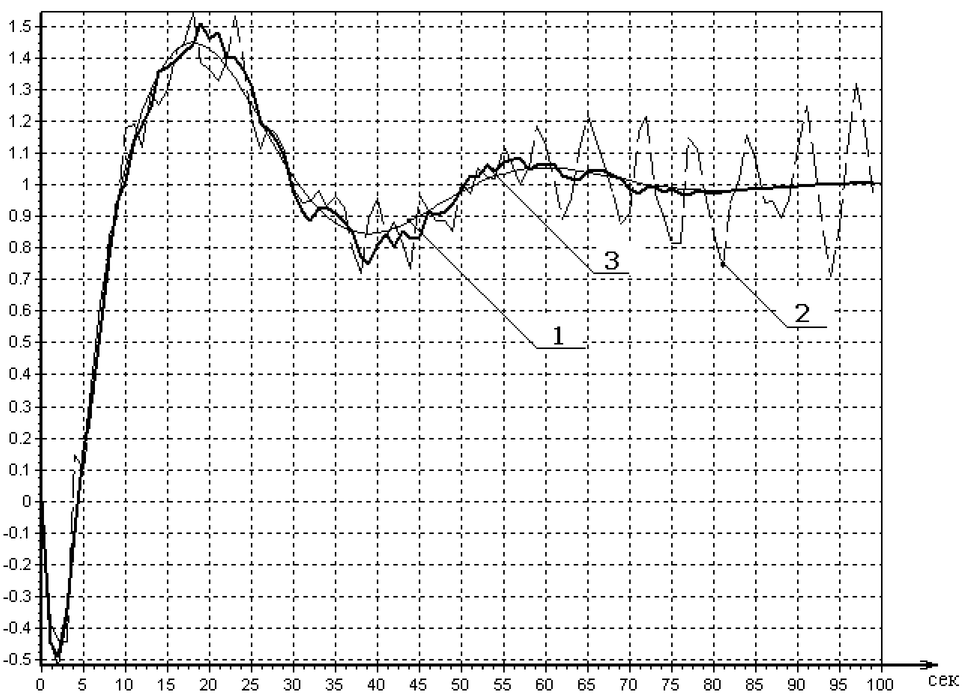

Рисунок 2 – Графіки перехідних процесів в замкнутій САР.

При наявності шумів і тому ж детермінованому регуляторі графік перехідного процесу має нестійкий розбіжний характер (крива 2). У випадку застосування процесу фільтрації графік перехідного процесу за тих же умов має збіжний характер із задовільними показникми якості (крива 3).

Література

1. Рей У. Методы управления технологичесими процессами: Пер. с англ. – М.:Мир, 1983.–368с.

2.Венгеров А.А., Щаренский В.А. Прикладные вопросы оптимальной линейной фильтрации. – М.: Энергоиздат, 1982. –192с.

Степура Олексій Іванович – головний інженер проектів

Федорович Юрій Степанович – інженер-програміст

76014, м. Івано-Франківськ

вул. Тудора 7А, КП “Тандем”

тел./факс +(0342)-523020